

variables en una integral fermiónica es

$$\int d\theta_1 \dots d\theta_n = \int d\theta'_1 \dots d\theta'_n J \quad ,$$

donde el "Jacobian" J es el inverso de lo que estamos acostumbrados,

$$J \equiv \det \left(\frac{\partial \theta'_j}{\partial \theta_k} \right) .$$

Ahora que ya entendemos lo que significa integrar sobre una o más variables anticomutativas, podemos verificar también que $\theta - \theta'$ efectivamente juega un papel completamente análogo a la delta de Dirac usual, $\delta(x - x')$:

$$\begin{aligned} \int d\theta (\theta - \theta') f(\theta) &= \int d\theta (\theta - \theta') (A + \theta B) \\ &= \int d\theta (\theta A - \theta' A + 0 - \theta' \theta B) \\ &= A + \theta' B \\ &= f(\theta') . \end{aligned}$$

LZ: 04/02/16



$$\int d\theta e^{-\frac{1}{2}a\theta^2} = \int d\theta = 0$$

Para uso futuro, podemos calcular la integral "gaussiana"

$$\int d\theta_1 d\theta_2 e^{-\theta_1 a \theta_2} = \int d\theta_1 d\theta_2 (1 - \theta_1 a \theta_2) = a,$$

$\nearrow \sin \frac{1}{2}$

donde hemos supuesto que a es un número conmutativo.

De manera similar, dadas $2n$ variables de Grassmann θ_j y cualquier matriz $\underline{A}$ $2n \times 2n$ que sea antisimétrica y conmutativa, es fácil ver que

$$\begin{aligned} & \int d\theta_1 \cdots d\theta_{2n} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i,j} \theta_i A_{ij} \theta_j\right) \\ &= \frac{(-1)^n}{2^n n!} \sum_{P: (2n \cdots 1) \rightarrow (j_1 \cdots j_{2n})} (-1)^P \underbrace{A_{j_1 j_2} A_{j_3 j_4} \cdots A_{j_{2n-1} j_{2n}}}_{n \text{ factores}} \\ &\quad \leftarrow \text{permutaciones} \\ &\equiv (-1)^n \text{Pf}(\underline{A}), \end{aligned}$$

donde en el último renglón hemos definido la 'Pfaffiana' de la matriz $\underline{A}$. P.ej., para $n=1$,

especificada por la Pfaffiana).

Si descomponemos la matriz $2n \times 2n$ $\underline{A}$ en la forma

$$\underline{A} \equiv \begin{pmatrix} 0 & -\underline{A}^T \\ \underline{A} & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det \underline{A} = (\det \underline{A})^2,$$

donde $\underline{A}$ es entonces $n \times n$, y denotamos

$$\theta_l = \theta_l, \quad \bar{\theta}_l \equiv \theta_{n+l} \quad \forall l=1, \dots, n$$

(donde, vale la pena enfatizar, No estamos pidiendo que la barra se refiera al conjugado complejo), entonces en el exponente de la integral gaussiana aparece

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} (\theta^T \quad \bar{\theta}^T) \begin{pmatrix} 0 & -\underline{A}^T \\ \underline{A} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \bar{\theta} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} (-\theta^T \underline{A}^T \bar{\theta} + \bar{\theta}^T \underline{A} \theta) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{l,k} \underbrace{(-\theta_l A_{kl} \bar{\theta}_k + \bar{\theta}_k A_{kl} \theta_l)}_{+ \bar{\theta}_k A_{kl} \theta_l} \end{aligned}$$

$$\text{Pf } \tilde{A} = \text{Pf} \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \left[(-1)^{\overset{-a}{\circ}} A_{21} + (-1)^{\overset{a}{\circ}} A_{12} \right] = -a ,$$

que efectivamente coincide con lo que obtuvimos arriba.

Es relativamente fácil comprobar que

$$\begin{aligned} (\text{Pf}(\tilde{A}))^2 &= \sum_{p: (1 \dots 2n) \rightarrow (j_1 \dots j_{2n})} (-1)^p A_{1j_1} A_{2j_2} \dots A_{2nj_{2n}} \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{2n \text{ factores}} \\ &= \det \tilde{A} \end{aligned}$$

[ver, p.ej., Nakahara, "Geometry, Topology and Physics", pp. 394-395]. (En particular, para nuestro ejemplo con $n=1$,

$$(\text{Pf}(\tilde{A}))^2 = (-a)^2 = \det \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} . \quad \checkmark$$

Así que el resultado de la integral fermiónica gaussiana involucra a $\sqrt{\det \tilde{A}}$, como en el caso bosónico, pero en el numerador en lugar del denominador (y en la elección de signo

$$= \bar{\theta}^T \underline{\underline{A}} \theta ,$$

y nuestra fórmula dice por tanto que

$$\begin{aligned} \int d\theta_1 \dots d\theta_n d\bar{\theta}_1 \dots d\bar{\theta}_n \exp(-\bar{\theta}^T \underline{\underline{A}} \theta) \\ = (-1)^n \text{Pf}(\underline{\underline{A}}) \\ \underbrace{\phantom{(-1)^n \text{Pf}(\underline{\underline{A}})}}_{\pm \sqrt{\det \underline{\underline{A}}}} \\ = \pm (-1)^n \det \underline{\underline{A}} . \end{aligned}$$

Podemos también deducir este resultado directamente, ya que como vimos antes la integral da (salvo un signo)

$$\frac{(-1)^n}{n!} \sum_{\substack{p: (1 \dots n) \rightarrow (j_1 \dots j_n) \\ p': (1 \dots n) \rightarrow (k_1 \dots k_n)}} (-1)^{p+p'} \underline{\underline{A}}_{j_1 k_1} \dots \underline{\underline{A}}_{j_n k_n} ,$$

expresión que coincide con $\det \underline{\underline{A}}$ (nuevamente, salvo un posible signo).

Podemos ver que este resultado muestra que cualquier determinante se puede siempre reexpresar como una

integral sobre variables fermiónicas, que como dijimos antes (p.579), es justo lo que necesitamos para tener en cuenta la determinante de Faddeev-Popov $\Delta_{FP}(A)$ en una teoría de normas no abelianas. Lo que se necesitan son 2 campos fermiónicos auxiliares $c(x)$, $b(x)$ conocidos como 'fantasmas' de Faddeev-Popov.

Para uso futuro conviene también notar desde ahora que podemos igualmente hacer integrales "gaussianas" con inserciones utilizando el mismo truco que conocemos del caso bosónico. Por simplicidad, tomaremos como ejemplo el caso más sencillo, $n=1$.

Supongamos entonces que queremos calcular

$$I = \int d\theta_1 d\theta_2 \underbrace{\theta_1 \theta_2}_{1 - \theta_1 \theta_2} \exp(-\theta_1 a \theta_2)$$

(notar que hicieron falta no 1 sino 2 inserciones para tener un resultado no nulo, $I = -1$).

Podemos comprobar en primer lugar que, contrario

a lo que podríamos suponer, igual que en el caso
 conmutativo sigue siendo cierto que ^{↑ 'fuentes' anticomutativas}

$$\underbrace{\theta_1 \theta_2}_{\theta_1 \theta_2 (1-0)} e^{-\theta_1 \wedge \theta_2} = \frac{d}{d\eta_1} \frac{d}{d\eta_2} \underbrace{\left[e^{-\theta_1 \wedge \theta_2 + \eta_1 \theta_1 + \eta_2 \theta_2} \right]}_{\substack{1 - \theta_1 \wedge \theta_2 + \eta_1 \theta_1 + \eta_2 \theta_2 \\ + \frac{1}{2} 2 \eta_1 \theta_1 \eta_2 \theta_2}} \bigg|_{\eta_1 = \eta_2 = 0}$$

$$0 + 0 + 0 + 0 + \theta_1 \theta_2 \quad \checkmark,$$

donde la instrucción final $\eta_1 = \eta_2 = 0$ resultó innecesaria.

Usando esto, podemos escribir

$$I = \frac{d}{d\eta_1} \frac{d}{d\eta_2} \left[\int d\theta_1 d\theta_2 e^{-\theta_1 \wedge \theta_2 + \eta_1 \theta_1 + \eta_2 \theta_2} \right],$$

donde ahora nos gustaría "completar el cuadrado",
 es decir, lograr que la dependencia de las fuentes
 η_1, η_2 figure solo en términos independientes de
 θ_1, θ_2 , que podrán sacarse entonces de la
 integral.

Sabiendo que

$$\begin{aligned}
 [] &= \int d\theta_1 d\theta_2 \left(1 - \theta_1 a \theta_2 + \eta_1 \theta_1 + \eta_2 \theta_2 + \eta_1 \theta_1 \eta_2 \theta_2 \right) \\
 &= 1 + a + \eta_1 \eta_2 \\
 &= \left(1 + \frac{1}{a} \eta_1 \eta_2 \right) \underbrace{\int d\theta_1 d\theta_2 e^{-\theta_1 a \theta_2}}_a \\
 &= \exp\left(\eta_1 \frac{1}{a} \eta_2\right) \int d\theta_1 d\theta_2 e^{-\theta_1 a \theta_2}
 \end{aligned}$$

veremos que la factorización deseada es

$$e^{-\theta_1 a \theta_2 + \eta_1 \theta_1 + \eta_2 \theta_2} = e^{\eta_1 \frac{1}{a} \eta_2} e^{-\theta_1 a \theta_2}.$$

Podemos verificar además que, igual que en el caso bosónico, el factor que sobra después de este paso donde "completamos el cuadrado" coincide con el exponente original $E(\theta_1, \theta_2)$ evaluado en el punto $(\theta_1^{\text{ext}}, \theta_2^{\text{ext}})$ donde se "extremiza":

$$\frac{d}{d\theta_1} E(\theta_1, \theta_2) = -a\theta_2 - \eta_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta_2^{\text{ext}} = -\frac{1}{a} \eta_1,$$

$$\frac{d}{d\theta_2} E(\theta_1, \theta_2) = +a\theta_1 - \eta_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta_1^{\text{ext}} = +\frac{1}{a} \eta_2,$$

de modo que

$$E(\theta_1^{\text{ext}}, \theta_2^{\text{ext}}) = \overbrace{-\theta_1^{\text{ext}} a \theta_2^{\text{ext}} + \eta_1 \theta_1^{\text{ext}} + \eta_2 \theta_2^{\text{ext}}} \\ = -\left(+\frac{\eta_2}{a}\right) a \left(-\frac{\eta_1}{a}\right) + \eta_1 \left(+\frac{\eta_2}{a}\right) + \eta_2 \left(-\frac{\eta_1}{a}\right) \\ = -\cancel{\eta_1 \frac{1}{a} \eta_2} + \cancel{\frac{1}{a} \eta_1 \eta_2} + \frac{1}{a} \eta_1 \eta_2, \quad \checkmark$$

justo como en el caso bosónico. Lo mismo se

puede mostrar en presencia de más variables ($n > 1$).

Volviendo por fin a la discusión de los eigenestados de $\hat{\Psi}_a$, notamos que usando esta nueva definición de integral podemos escribir una relación de completitud análoga a $\hat{1} = \int \prod_{a=1}^L d\eta_a |\eta\rangle \langle \eta|$:

$$\hat{1} = \int \left(\prod_{a=L}^1 d\psi_a \right) |\psi\rangle \langle \psi|, \quad ,$$

relación que podemos verificar tomando el elemento de matriz más general

$$\underbrace{\langle \psi'' | \hat{1} | \psi' \rangle}_{\prod_{a=1}^L (\psi'_a - \psi''_a) \quad \text{p. 594}} \stackrel{?}{=} \int \left(\prod_{a=L}^1 d\psi_a \right) \underbrace{\langle \psi'' | \psi \rangle}_{\prod_{b=1}^L (\psi''_b - \psi_b)} \underbrace{\langle \psi | \psi' \rangle}_{\prod_{c=1}^L (\psi'_c - \psi_c)}$$

y recordando que $\psi'_b - \psi''_b$ juega un papel análogo a $\delta(x_b - x''_b)$, en el sentido de que

$$\int d\psi_b (\psi_b - \psi''_b) f(\psi_b) = f(\psi''_b) \quad \text{p. 601} ,$$

de modo que la expresión del lado derecho se reduce a

$$\prod_{c=1}^L (\psi'_c - \psi''_c) . \quad \checkmark$$

De manera similar, es fácil mostrar que

$$\hat{1} = (-i)^L \int \left(\prod_{a=1}^L d\chi_a \right) |\chi\rangle \langle \chi| .$$

Junta todos nuestros ingredientes, podemos finalmente proceder justo igual que en el caso bosónico (pp. 513-18) para obtener la integral de trayectoria fermiónica, ← Schrödinger

$$\langle \psi'; t' | \psi; t \rangle = \langle \psi' | \exp[-i\hat{H}(\hat{\psi}, \hat{\chi})(t'-t)] | \psi \rangle$$

Heisenberg $\nearrow$

$$= \lim_{N \rightarrow \infty} \int d\psi_1 \dots d\psi_{N-1} \frac{d\chi_0}{i\epsilon} \dots \frac{d\chi_{N-1}}{i\epsilon}$$

$$\cdot \exp \left[i \sum_{n=0}^{N-1} \chi_n (\psi_{n+1} - \psi_n) - H_a(\psi_n, \chi_n) \Delta t \right]$$

Orden antiestándar:
todas las χ 's a la
izquierda de las ψ 's

(donde hemos tomado el orden antiestándar de $\hat{H}$ solo como ejemplo concreto), expresión que naturalmente abreviamos como

$$\langle \psi'; t' | \psi; t \rangle = \int_{\psi(t)=\psi}^{\psi(t')=\psi'} D\psi(\tau) D\chi(\tau) \exp \left[i \int_t^{t'} d\tau \{ \chi(\tau) \dot{\psi}(\tau) - H(\psi(\tau), \chi(\tau)) \} \right].$$

Esta, de entrada, sería la versión hamiltoniana de la integral funcional. Pero, en el caso fermiónico, el Lagrangiano típicamente es de primer orden en $\dot{\psi}_a$ (como sucede con L_{Dirac}) y los momentos χ_a son por lo tanto variables adicionales, independientes de $\dot{\psi}_a$ (como vimos la p.262, la definición del momento canónico es una constricción), de manera que $\chi \dot{\psi} - H(\psi, \chi)$ coincide directamente con el Lagrangiano.

Podemos mostrar también que, p.ej.,

$$\int_{\psi(t)=\psi}^{\psi(t')=\psi'} D\psi(\tau) D\chi(\tau) \psi_a(t'') \psi_b(t'') \exp \left[i \int_t^{t'} d\tau \{ \chi \dot{\psi} - H \} \right]$$

$$= \langle \psi; t' | T \{ \hat{\psi}_a(t'') \hat{\psi}_b(t''') \} | \psi; t \rangle,$$

donde el orden temporal para operadores fermiónicos se define justo como vimos en la p. 281,

$$T \{ \hat{\psi}_a(t'') \hat{\psi}_b(t''') \} = \begin{cases} + \hat{\psi}_a(t'') \hat{\psi}_b(t''') & \text{si } t'' > t''' \\ - \hat{\psi}_b(t''') \hat{\psi}_a(t'') & \text{si } t''' > t'' \end{cases}.$$

La generalización a campos es directa (necesitamos nuevamente discretizar el espacio además del tiempo), y podemos deducir una fórmula para funciones de correlación idéntica al caso bosónico:

$$\begin{aligned} & \langle \Omega | T \{ \hat{\mathcal{O}}_1(x_1) \cdots \hat{\mathcal{O}}_n(x_n) \} | \Omega \rangle \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty (1-i\epsilon)} \frac{\int \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\chi \mathcal{O}_1(x_1) \cdots \mathcal{O}_n(x_n) e^{iS}}{\int \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\chi e^{iS}} \end{aligned}$$

Consideremos en particular el caso del campo de Dirac, $\psi(x)$, que como sabemos tiene 4 componentes complejas

$\psi_a(x)$ ($a=1,2,3,4$) que se mezclan entre sí bajo Lorentz según la representación espinorial. Cuando lo consideramos como variable de integración en una integral de trayectoria, $\psi_a(x)$ en cada x y para cada valor de a es un número anticommutativo complejo independiente, y tenemos, p.ej.,

$$\mathcal{D}\psi(x) \equiv \prod_{a, \vec{x}} d\psi_a(t, \vec{x}) \equiv \prod_{a, \vec{x}, t} d\psi_a(t, \vec{x}).$$

Dado que

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\psi &= i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m \bar{\psi} \psi \\ &= \bar{\psi} \underbrace{(i \not{\partial} - m)}_{\equiv \Delta_\psi} \psi, \end{aligned}$$

tenemos $\chi(x) \equiv \Pi_\psi(x) = i\psi^\dagger(x) = i\bar{\psi}(x)\gamma^0$ (variable que es independiente de $\psi(x)$, porque el campo es complejo).

Resulta conveniente considerar la integral funcional

no sobre $\psi^\dagger(x)$, sino sobre $\bar{\psi}(x) \equiv \psi^\dagger(x) \gamma^0$.

Recordando que γ^0 es una matriz unitaria, tenemos

$D\psi^\dagger(x) = D\bar{\psi}(x)$, y podemos por tanto escribir

$$\langle \Omega | T \{ \hat{\mathcal{O}}_1(x_1) \dots \hat{\mathcal{O}}_n(x_n) \} | \Omega \rangle = \frac{\int D\bar{\psi} D\psi \mathcal{O}_1(x_1) \dots \mathcal{O}_n(x_n) e^{iS_D}}{\int D\bar{\psi} D\psi e^{iS_D}}.$$

Igual que en el caso bosónico, nos conviene definir la funcional generatriz

$$Z_0[\bar{\eta}, \eta] \equiv \int D\bar{\psi} D\psi \exp \left[i \int d^4x \bar{\psi} \overset{i\partial\!\!\!/ - m}{\Delta} \psi + \int d^4x \{ \bar{\eta}(x) \psi(x) - \bar{\psi}(x) \eta(x) \} \right]$$

donde $\bar{\eta}(x), \eta(x)$ son fuentes anticomutativas (y espinoriales) complejas, con $\bar{\eta}(x) \equiv \eta^\dagger(x) \gamma^0$ (variable que es independiente de $\eta(x)$, precisamente por ser compleja). Justo como en el caso bosónico, nuestra fuente $\bar{\eta}(x)$ incluye un factor de i adicional con respecto a la convención usual de los libros de texto.

Procediendo igual que en el caso bosónico, para evaluar esta funcional generatriz libre conviene cambiar la variable de integración $\psi(x) \rightarrow \tilde{\psi}(x)$, donde

$$\psi(x) \equiv \tilde{\psi}(x) - \underbrace{\int d^4x' \Delta^{-1}(x, x') \eta(x')}_{\psi_{\text{sol}} \text{ extremum } S},$$

(lo cual implica que ψ_{sol} extremum S usando $\Delta^{-1} \gamma^0 = \gamma^0 \Delta^{-1}$)

$$\bar{\psi}(x) \equiv \bar{\tilde{\psi}}(x) + \int d^4x' \bar{\eta}(x') \Delta^{-1}(x, x'),$$

con $\Delta^{-1}(x, x')$ la función de Green tal que

$$\Delta_x \Delta^{-1}(x, x') = i \delta^{(4)}(x - x'),$$

es decir, el propagador de Feynman (p.282)

$$D_F(x-x') \equiv \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{ip \cdot (x-x')} \underbrace{\frac{i(\not{p} + m)}{p^2 - m^2 + i\epsilon}}_{\tilde{D}_F(p)} \quad p_\mu \gamma^\mu.$$

Podemos deducir entonces que

$$Z_0[\bar{\eta}, \eta] = \exp \left\{ - \underbrace{\int d^4y d^4y' \bar{\eta}(y) \Delta^{-1}(y, y') \eta(y')}_{\equiv \bar{\eta} \cdot \Delta^{-1} \cdot \eta} \right\} \underbrace{\int d\tilde{\psi} d\bar{\tilde{\psi}} e^{i \int d^4x \bar{\tilde{\psi}} \Delta_x \tilde{\psi}}}_{= Z_0[0,0] \propto \det \Delta_x}$$

determinante funcional
en el numerator

es decir, $Z_0[\bar{\eta}, \eta] = \exp \{-\bar{\eta} \cdot \Delta^{-1} \cdot \eta\} Z_0[0, 0]$.

A partir de este resultado podemos calcular por ejemplo la función de 2 puntos en la teoría libre,

$$\begin{aligned} \langle 0 | T \{ \hat{\psi}(x) \hat{\bar{\psi}}(x') \} | 0 \rangle &= \frac{1}{Z_0[0, 0]} \frac{\delta}{\delta \bar{\eta}(x)} \frac{\delta}{\delta \eta(x')} Z_0[\bar{\eta}, \eta] \Big|_{\bar{\eta}=\eta=0} \\ &= \frac{1}{Z_0[0, 0]} \frac{\delta}{\delta \bar{\eta}(x)} \frac{\delta}{\delta \eta(x')} \left[- \int d^4y d^4y' \bar{\eta}(y) \Delta^{-1}(y, y') \eta(y') \right] Z_0[0, 0] \\ &= \Delta^{-1}(x, x') \\ &= D_F(x-x') \quad \checkmark \end{aligned}$$

Vale la pena recordar que, como sabíamos desde el semestre anterior, $D_F(x-x') = \langle 0 | T \{ \hat{\psi}(x) \hat{\bar{\psi}}(x') \} | 0 \rangle \neq D_F(x'-x)$.

Físicamente, el primero describe la propagación de un fermión de x' a x (o un antifermión de x a x'), mientras que el segundo describe la propagación de un fermión de x a x' (o un antifermión de x' a x).

Como antes, representaremos a $D_F(x-x')$ como una

línea con una flecha en la dirección de propagación del fermión (ver p. 473).

Para la función de N puntos en la teoría libre, reproducimos por supuesto lo predicho por el teorema de Wick fermiónico: una suma sobre productos de las $N/2$ contracciones posibles, tomando en cuenta los signos debidos a la anticonmutación (p. 473).

Juntando nuestros resultados para los campos fermiónico y vectorial, podemos finalmente cuantizar por integral funcional a QED,

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \bar{\Psi}(i\not{D} - m)\Psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

$$\uparrow \gamma^\mu \not{D}_\mu \equiv \gamma^\mu (\partial_\mu + i g \not{A}_\mu)$$

(con $g = -e$ para el electrón, muón o tauón)

$$= \underbrace{\mathcal{L}_{\text{Dirac}} + \mathcal{L}_{\text{Maxwell}}}_{\equiv \mathcal{L}_{\text{libre}}} - \underbrace{g A_\mu \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi}_{\equiv \mathcal{L}_{\text{int}}},$$

obteniendo las reglas de Feynman que ya conocemos para los 2 propagadores libres y el vértice de 3 patas (ver pp. 473, 476 y 477, o pp. 479-480 para un resumen de las reglas de Feynman en QED apropiadas para calcular no funciones de corrección sino amplitudes de dispersión).

L3: 04/02/16

8. Ecuaciones de Schwinger-Dyson e Identidades de Ward

Sabemos ya cuantizar cualquier teoría de campos por cuantización canónica y por integral funcional, aunque en general solo somos capaces de hacer cálculos explícitos si la teoría es débilmente acoplada.

Como hemos dicho varias veces, el objetivo primario es siempre determinar todas las funciones de correlación, funciones de Green o correladores

$$G_N(x_1, \dots, x_N) \equiv \langle \Omega | T \{ \hat{\phi}(x_1) \dots \hat{\phi}(x_N) \} | \Omega \rangle,$$

operadores en el cuadro de Heisenberg

vacío interactuante

que contienen toda la información física de la teoría.

Sabemos que en teorías libres representan directamente la amplitud de propagación de partículas entre puntos del espaciotiempo, mientras que en teorías interactuantes su transformada de Fourier contiene (a través de LSZ) las amplitudes de dispersión.

Vale la pena además destacar que en cualquier teoría tienen también un significado físico inmediato. Recordemos que en el vacío

el campo no tiene un valor definido en cada punto: $\hat{\phi}(x)|\Omega\rangle \notin |\Omega\rangle$.

Por lo general, su valor esperado es cero, $\langle\Omega|\hat{\phi}(x)|\Omega\rangle = 0$,

lo cual muestra que tiene igual propensión a tomar valores positivos o negativos. Pero entonces, el hecho de que

$$\underbrace{\langle\Omega|\hat{\phi}(x_1)\hat{\phi}(x_2)|\Omega\rangle}_{= \langle\Omega|T\{\hat{\phi}(x_1)\hat{\phi}(x_2)\}|\Omega\rangle \text{ para } x_1 > x_2 \text{ "función de Wightman"}} \neq \langle\Omega|\hat{\phi}(x_1)|\Omega\rangle\langle\Omega|\hat{\phi}(x_2)|\Omega\rangle = 0$$

nos indica que en el vacío, el comportamiento (el patrón de interacción) del campo en x_1 y en x_2 está correlacionado, es decir, $|\Omega\rangle$ es un estado entrelazado. Similarmente, el correlador de N puntos

$$G_N(x_1, \dots, x_N) \equiv \langle\Omega|T\{\hat{\phi}(x_1)\hat{\phi}(x_2)\dots\hat{\phi}(x_N)\}|\Omega\rangle \neq 0$$

$$\left(\neq \sum_{p:(1,\dots,N) \rightarrow (j_1,\dots,j_N)} G_2(x_{j_1}, x_{j_2}) G_2(x_{j_3}, x_{j_4}) \dots G_2(x_{j_{N-1}}, x_{j_N}) \text{ si hay interacciones} \right)$$

expresa correlaciones/entrelazamiento multipartita en el estado $|\Omega\rangle$.

De hecho, el llamado teorema de Reeh-Schlieder afirma que el patrón de entrelazamiento en $|\Omega\rangle$ es tal que, actuando sobre él solo con operadores locales restringidos a una región acotada cualquiera, podemos obtener una aproximación arbitrariamente buena de cualquier