

The background is a complex, abstract pattern of thin, overlapping lines in various colors (red, green, blue, purple, orange, black) and larger, semi-transparent colored circles and shapes. The overall effect is a dense, interconnected network of colors and lines.

La Correspondencia Holográfica: Color a Partir de Geometría

Alberto Güijosa

Depto. de Física de Altas Energías
Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM
alberto@nucleares.unam.mx

Tema: la **correspondencia holográfica**,
también llamada

dualidad o correspondencia

AdS/CFT,

norma/gravedad,

norma/cuerdas,

bulto/frontera

o de Maldacena

Dualidad {curso Oscar} = **equivalencia**
entre 2 teorías aparentemente distintas

Conocemos ejemplos donde

Teoría de **campos** A = Teoría de **campos** B

Teoría de **cuerdas** C = Teoría de **cuerdas** D

En la correspondencia holográfica,

Teoría de **campos** X = Teoría de **cuerdas** Y

(sin gravedad)

(con gravedad)

¿Por qué nos importa?

- Nuevo paradigma teórico: ¡**equivalencia** entre sistemas CON y SIN gravedad!
¡borra la frontera entre **campos y cuerdas**!
- Permite desarrollar intuición sobre algunas **teorías de campo fuertemente acopladas** remotamente similares a QCD, sistemas de materia condensada, o posibles modelos de física más allá del Modelo Estándar
- Ofrece una perspectiva novedosa sobre algunos problemas difíciles en **gravedad cuántica**
- Propicia acercamiento entre distintas comunidades de físicos

Aclaraciones

- ¡¡ NO afirmamos haber resuelto QCD, ni solucionado por completo el problema de la gravedad cuántica, ni cosa similar!! Las teorías bajo control actualmente son interesantes, pero representan apenas **modelos de juguete** del mundo real
- Esta **aplicación** de la teoría de cuerdas es ortogonal a la búsqueda de una teoría unificada {curso Saúl}: NO buscamos al Modelo Estándar aquí

Pero, lo que veremos sí ES **la teoría de cuerdas, mostrando ser útil**

Esta es un área muuuuuuuuuuuuuuuuuuuuy extensa
(el artículo original de Maldacena, hep-th/9711200,
¡¡ha recibido cerca de 11,000 citas!!)

En estas 4 clases, intentaré dar una breve
introducción, resaltando algunas de las ideas
principales

Pueden encontrar mucho más detalle en los
apuntes del curso de posgrado que está cerca del
final de la página:

www.nucleares.unam.mx/~alberto

[/apuntes/indice.html](http://www.nucleares.unam.mx/~alberto/apuntes/indice.html)

Algunos Artículos de Revisión

Aspectos Generales de la Correspondencia

- Aharony, Gubser, Maldacena, Ooguri, Oz, hep-th/9905111
- Polchinski, arXiv:1010.6134
- Horowitz, Polchinski, gr-qc/0602037
- D'Hoker, Freedman, hep-th/0201253
- McGreevy, arXiv:0909.0518
- Nastase, arXiv:0712.0689
- Edelstein, Portugues, hep-th/0602021
- Klebanov, hep-ph/0509087
- Aharony, hep-th/0212193
- Skenderis, hep-th/0209067
- Sonnenschein, hep-th/0003032

Algunos Artículos de Revisión

Aplicaciones a Física Tipo QCD

- Casalderrey, Mateos, Liu, Rajagopal, Wiedemann, arXiv:1101.0618
- Gubser, Karch, arXiv:0901.0935
- Mateos, arXiv:0709.1523
- Myers, Vázquez, arXiv:0804.2423
- Hubeny, Rangamani, arXiv:1006.3675
- Son, Starinets, arXiv:0704.0240
- Erdmenger, Evans, Kirsch, Threlfall, arXiv:0711.4467
- Peeters, Zamaklar, arXiv:0708.1502
- Gubser, Pufu, Rocha, Yarom, arXiv:0902.4041
- Edelstein, Shock, Zoakos, arXiv:0901.2534
- Heller, Janik, Peschanski, arXiv:0811.3113

Aplicaciones a Materia Condensada (y Atómica)

- Horowitz, arXiv:1002.1722
- Herzog, arXiv:0904.1975
- Hartnoll, arXiv:0903.3246
- Sachdev, arXiv:1002.2947
- Schäfer, Teaney, arXiv:0904.3107

Entropía de Entrelazamiento

- Nishioka, Ryu, Takayanagi, arXiv:0905.0932
- Headrick, arxiv:1312.6717

Varios

- Alday, Roiban arXiv:0807.1889 (amplitudes de dispersión)
- Plefka, hep-th/0507136 (BMN y cadenas de espín)
- Beisert et al., arXiv:1012.3982 (integrabilidad)
- Kraus, hep-th/0609074 (agujeros negros)
- Mathur, arXiv:0810.4525 (agujeros negros)

Motivación

La **correspondencia norma/gravedad** establece una relación entre 2 problemas importantes de la física teórica moderna:

- Entender el comportamiento de **teorías de norma en el régimen de acoplamiento fuerte**
- Formular una **teoría de gravedad cuántica**

En este curso enfatizaremos el primer aspecto, que es donde se ha avanzado más

Teorías de Campos

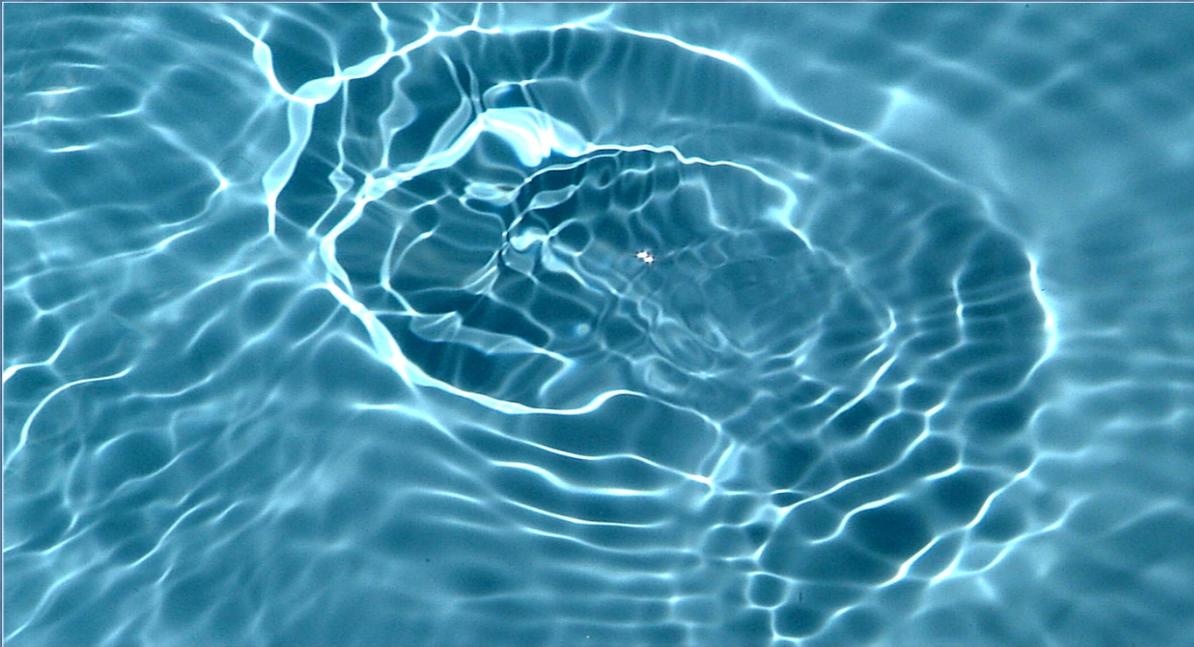
Recordemos que un 'particularero' es en realidad un **campista**:



Partículas= excitaciones pequeñas de un campo cuántico

Teorías de Campos

Recordemos que un 'particulero' es en realidad un **campista**:



Solitón= excitación grande (con energía finita)
de un campo

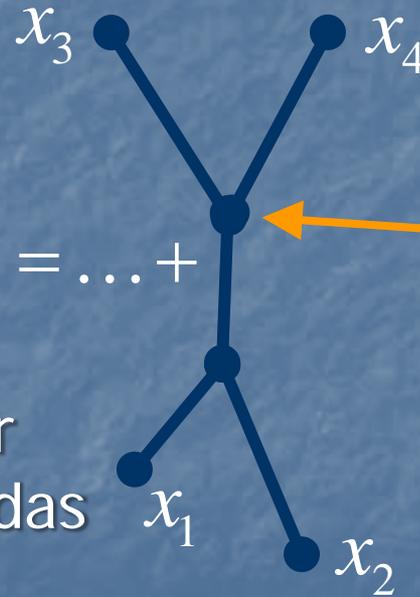
Para una teoría interactuante, pero débilmente acoplada,

$$S = \int d^D x \left(-\frac{1}{2}(\partial\varphi)^2 - \frac{1}{2}m^2\varphi^2 - \frac{1}{3!}g\varphi^3 \right)$$

con $g \ll 1$, la **expansión perturbativa** nos da receta sistemática para calcular **funciones de correlación** (= **correladores**):

$$\langle 0 | T \varphi(x_1) \varphi(x_2) \varphi(x_3) \varphi(x_4) | 0 \rangle = \dots +$$

~amplitud de empezar/terminar con partículas en posiciones dadas



Amplitud de probabilidad g
Constante de acoplamiento controla la intensidad de las interacciones

¿Acoplamiento Fuerte?

Isla de la
expansión
Perturbativa

$g \ll 1$

$g \gg 1$

Para los particulareros, el ejemplo paradigmático de una teoría cuántica de campos fuertemente acoplada es QCD...

hic sunt dracones

Cromodinámica Cuántica (QCD)

● Quarks $\psi_{\alpha C}^{(S)}(x)$ $C = 1, 2, 3$ ($S = 1, \dots, 6$)

+ Campos de **Dirac**

● Gluones $A_{C\bar{C}}^{\mu}(x) \equiv A_I^{\mu}(x) T_{C\bar{C}}^I$ $C, \bar{C} = 1, 2, 3$ $I = 1, \dots, 8$

Campo de **Yang-Mills**

Cromodinámica Cuántica (QCD)

- Quarks $\psi_{\alpha C}^{(S)}(x)$ $C = 1, 2, 3$ $S = 1, \dots, 6$
+ Sabores (simetría global)
- Gluones $A_{C\bar{C}}^{\mu}(x) \equiv A_I^{\mu}(x) T_{C\bar{C}}^I$ $C, \bar{C} = 1, 2, 3$ $I = 1, \dots, 8$

Cromodinámica Cuántica (QCD)

- Quarks $\psi_{\alpha C}^{(S)}(x)$ $C = 1, 2, 3$ ($S = 1, \dots, 6$) Simetría **local** $SU(3)$
 + 3 colores (*tipos de carga fuerte*)
- Gluones $A_{C\bar{C}}^{\mu}(x) \equiv A_I^{\mu}(x) T_{C\bar{C}}^I$ $C, \bar{C} = 1, 2, 3$ $I = 1, \dots, 8$



$$S_{\text{QCD}} = \int d^4x \left[-\frac{1}{2} \text{Tr}(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}) + \bar{\psi}^{(S)} (i\gamma^{\mu} D_{\mu} - m^{(S)}) \psi^{(S)} \right]$$

$$D_{\mu} \equiv \partial_{\mu} + ig_{\text{YM}} A_{\mu} \quad F_{\mu\nu} \equiv \frac{i}{g_{\text{YM}}} [D_{\mu}, D_{\nu}]$$

Cromodinámica Cuántica (QCD)

- Quarks $\psi_{\alpha C}^{(S)}(x)$ $C=1,2,3$ ($S=1,\dots,6$) Simetría **local**
+ 3 **colores** (*tipos* de carga fuerte) $SU(3)$
- Gluones $A_{C\bar{C}}^{\mu}(x) \equiv A_I^{\mu}(x) T_{C\bar{C}}^I$ $C, \bar{C}=1,2,3$ $I=1,\dots,8$



constante de acoplamiento (*magnitud* de la carga fuerte) : controla intensidad de las interacciones

Cromodinámica Cuántica (QCD)

- Quarks $\psi_{\alpha C}^{(S)}(x)$ $C=1,2,3$ ($S=1,\dots,6$) Simetría **local**
+ 3 **colores** (*tipos* de carga fuerte) $SU(3)$
- Gluones $A_{C\bar{C}}^{\mu}(x) \equiv A_I^{\mu}(x) T_{C\bar{C}}^I$ $C, \bar{C}=1,2,3$ $I=1,\dots,8$



Entendemos bien cuando $g_{YM} \ll 1$ (**acoplamiento débil**)
por medio de expansión perturbativa (diagramas de Feynman)

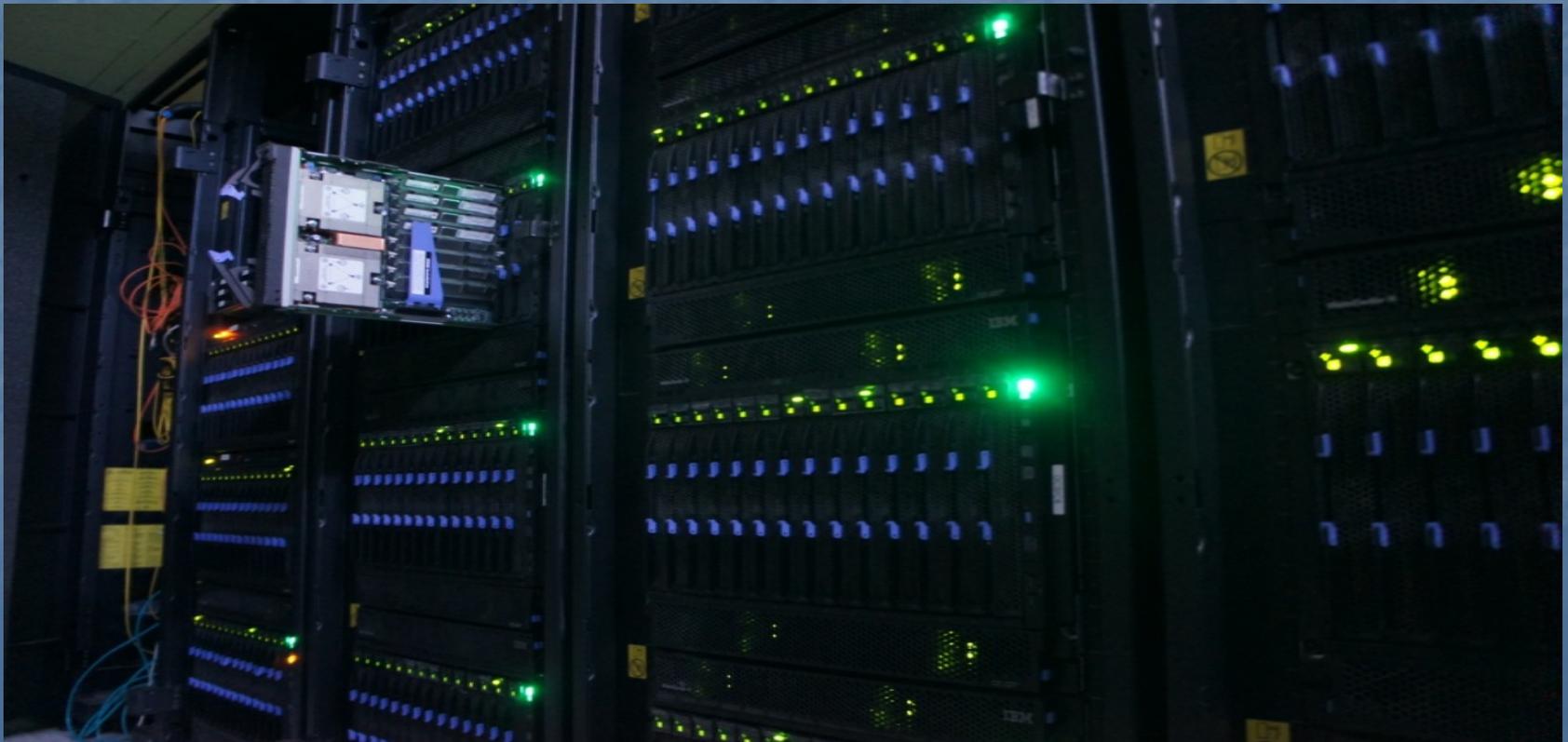
Cromodinámica Cuántica (QCD)

- Quarks $\psi_{\alpha C}^{(S)}(x)$ $C=1,2,3$ ($S=1,\dots,6$) Simetría local **3 colores** (*tipos* de carga fuerte) $SU(3)$
- Gluones $A_{C\bar{C}}^{\mu}(x) \equiv A_I^{\mu}(x) T_{C\bar{C}}^I$ $C, \bar{C}=1,2,3$ $I=1,\dots,8$



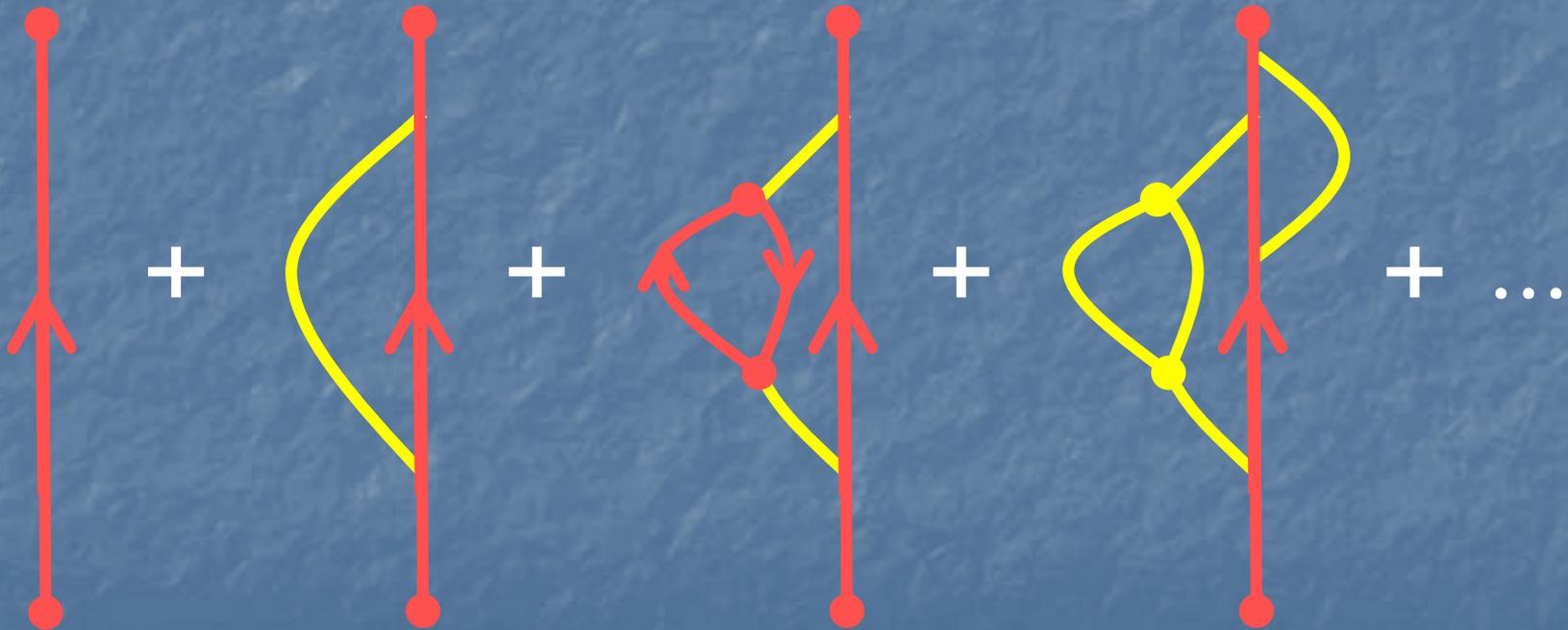
Entendemos bien cuando $g_{YM} \ll 1$ (**acoplamiento débil**)
 pero nada bien cuando $g_{YM} > 1$ (**acoplamiento fuerte**)

Entendemos algunos aspectos (p.ej., masa del protón) gracias a cálculos numéricos en supercomputadoras (empresa conocida como "**QCD en la retícula**" (lattice)); pero incluso estos cálculos tienen sus limitaciones



QCD: Expansión Perturbativa

Cuando $g_{\text{YM}} \ll 1$, interacciones de una partícula con otra(s) o consigo misma se visualizan/calculan con diagramas de Feynman:

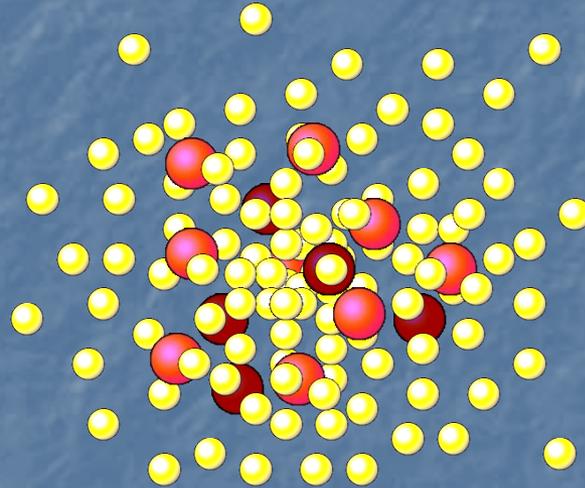


QCD: Partículas Virtuales



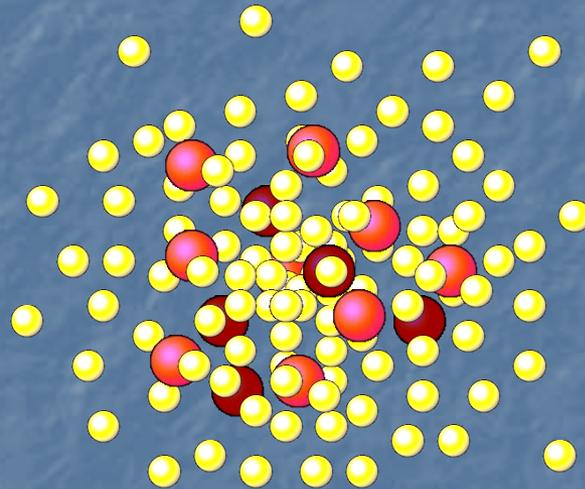
Lo que sería un quark aislado

QCD: Partículas Virtuales



Lo que sería un quark aislado está siempre rodeado de una nube de quarks y gluones 'virtuales' que aparecen y desaparecen, de modo que las propiedades del **quark** '**vestido**' dependen de la escala a la que lo estudiemos. En particular, la magnitud de su carga fuerte **física** g_{YM} NO es una constante

QCD: Libertad Asintótica

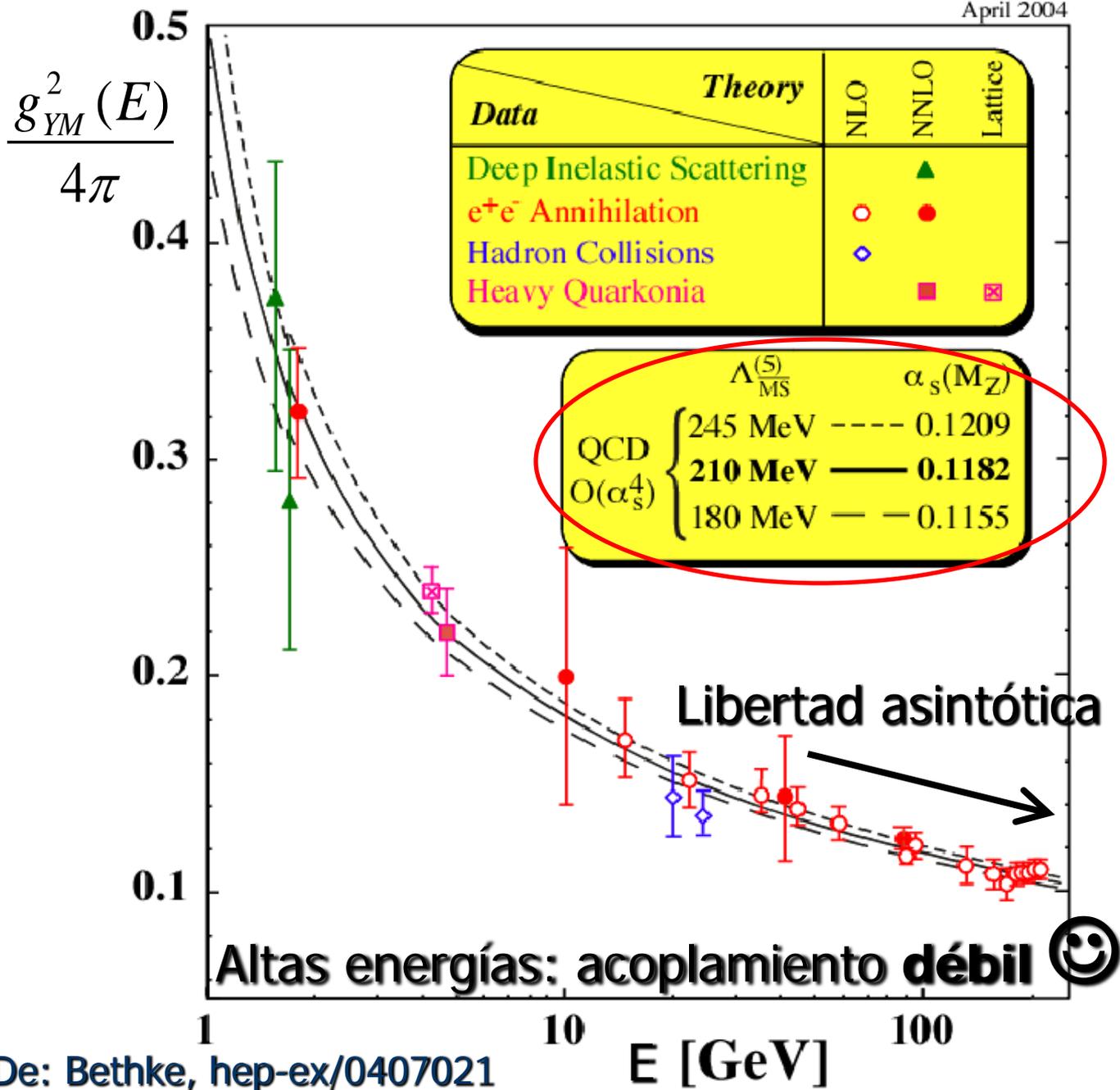


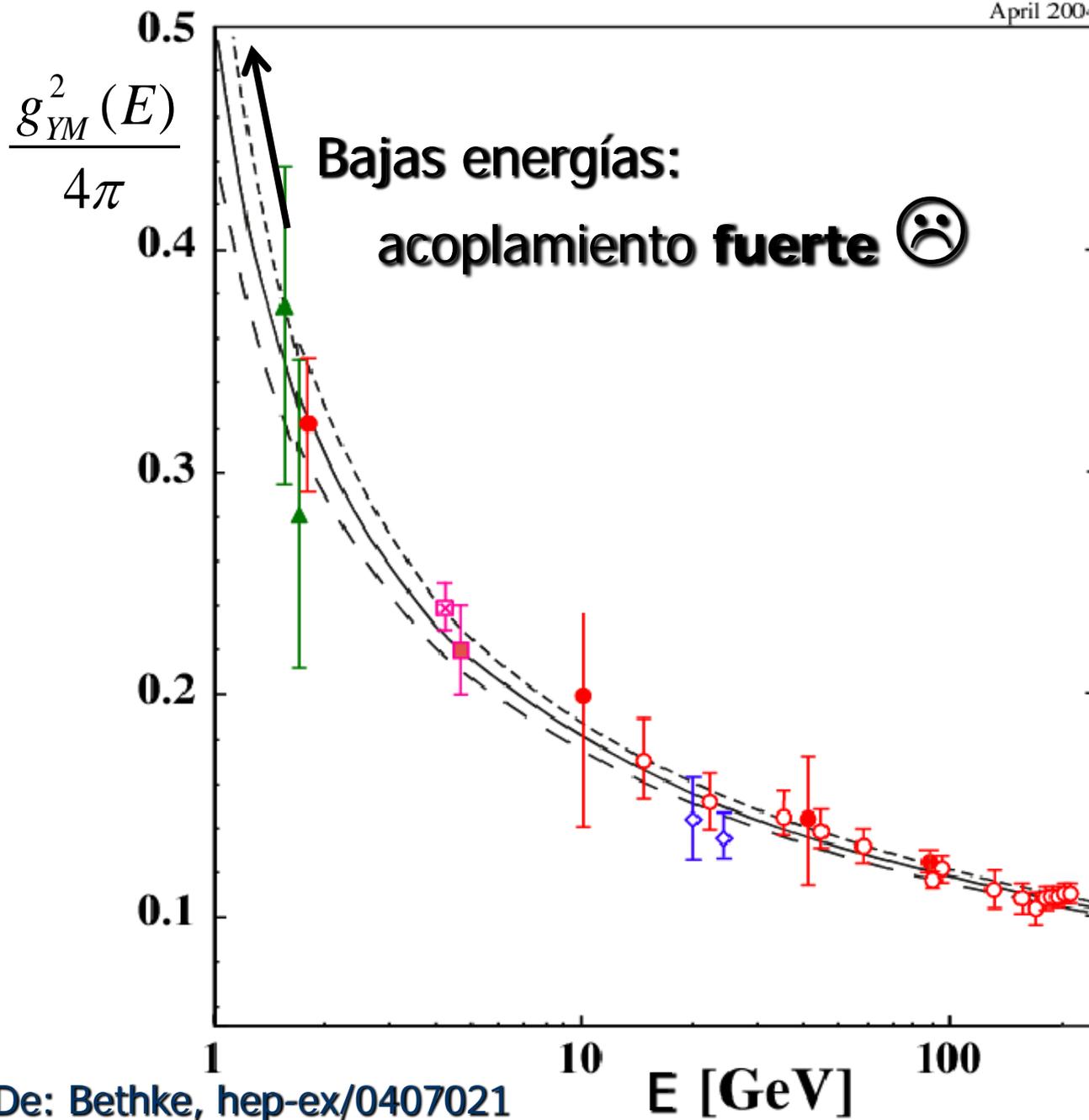
Quarks virtuales "apantallan", gluones virtuales antiapantallan

$$\Rightarrow \frac{g_{YM}^2(E)}{4\pi} \approx \frac{6\pi}{(11N_c - 2N_s) \log(E/\Lambda_{\text{QCD}})}$$

[Gross, Wilczek; Politzer]

Escala energética característica de QCD (aún cuando clásicamente NO hay otra escala que la masa del q)





De: Bethke, hep-ex/0407021

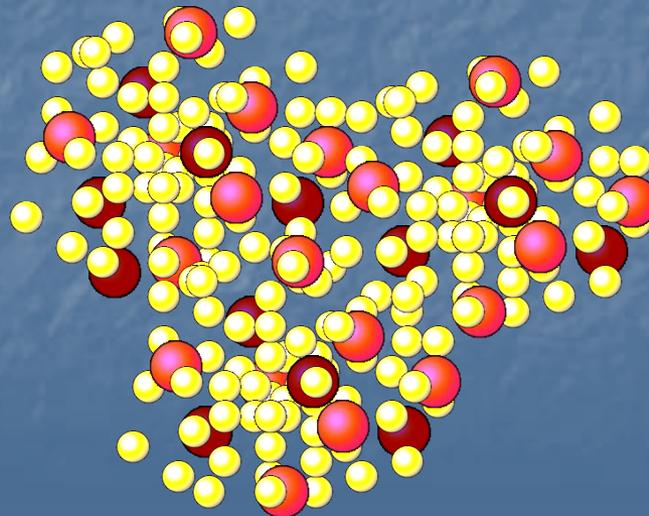
E [GeV]

QCD: Confinamiento

A bajas energías, el acoplamiento se vuelve tan fuerte que NO observamos quarks y gluones aislados, sino **combinaciones SIN color** (hadrones): mesones, bariones, glubolas, etc.

Solo objetos NEUTROS bajo la interacción fuerte

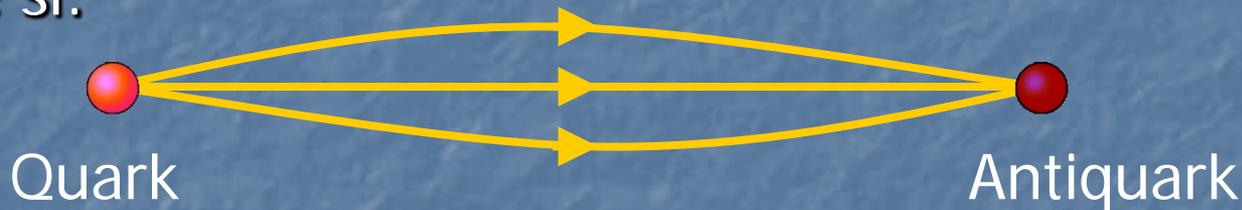
P.ej, protón/neutrón



QCD: Confinamiento

A bajas energías, el acoplamiento se vuelve tan fuerte que NO observamos quarks y gluones aislados, sino **combinaciones SIN color** (hadrones): mesones, bariones, glubolas, etc.

Intuitivamente, líneas de campo gluónico se sienten entre sí:



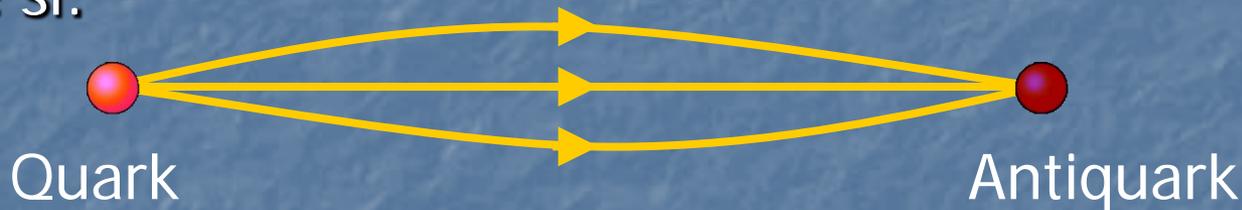
Este '**tubo de flujo** cromoelectromagnético' da lugar a potencial *lineal* en la separación quark-antiquark:

$$V_{q\bar{q}}(L) \simeq \sigma L$$

QCD: Confinamiento

A bajas energías, el acoplamiento se vuelve tan fuerte que NO observamos quarks y gluones aislados, sino **combinaciones SIN color** (hadrones): mesones, bariones, glubolas, etc.

Intuitivamente, líneas de campo gluónico se sienten entre sí:

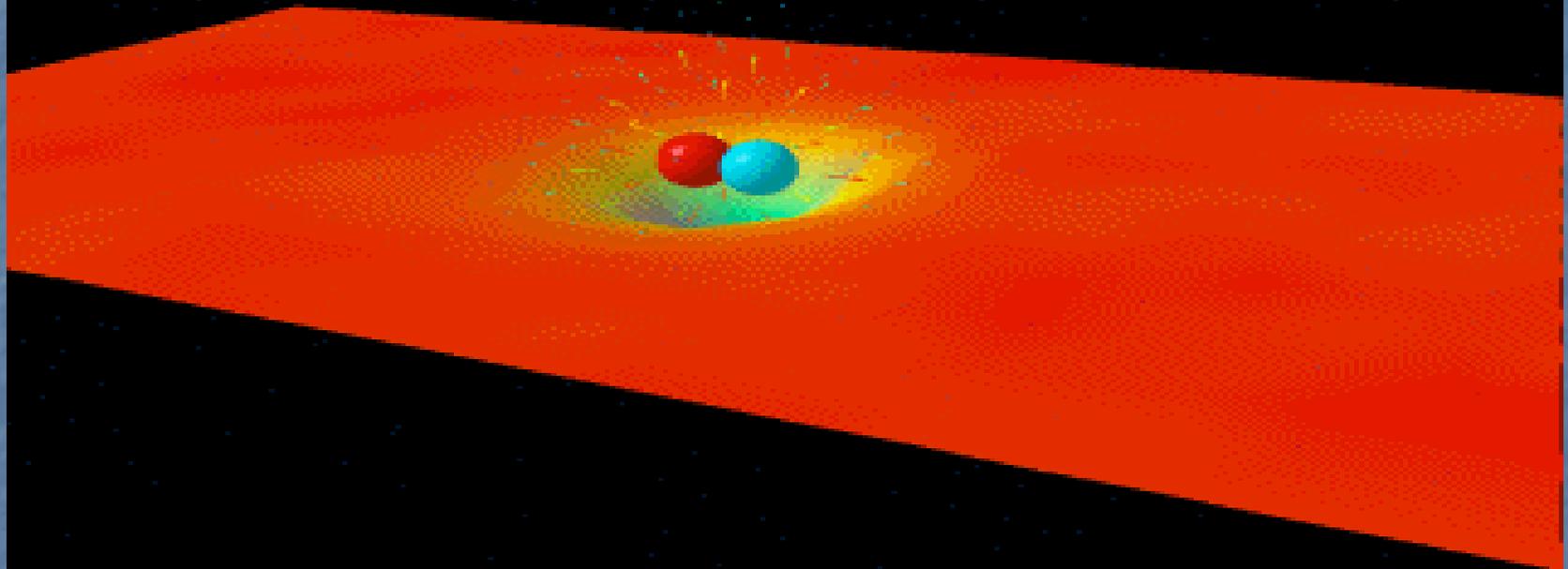


Este '**tubo de flujo** cromoelectromagnético' da lugar a potencial *lineal* en la separación quark-antiquark

Haría falta entonces una energía infinita para separar al quark del antiquark

QCD: Confinamiento

Estos tubos de flujo son visibles con QCD en la retícula:



<http://www.physics.adelaide.edu.au/theory/staff/leinweber/VisualQCD/Nobel>

Sugiere conexión entre QCD y cuerdas 'gordas'...

Esta "**cuerda de QCD**", de hecho marcó el origen histórico de la Teoría de Cuerdas (~ 1970)

QCD: Desconfinamiento

Notar que acoplamiento fuerte es necesario (¡aunque NO suficiente!) para tener confinamiento

Conforme calentamos un gas de hadrones, el acoplamiento decrece

Esperamos por tanto transición de fase a

Plasma de Quarks y Gluones (QGP)

a cierta **temperatura de desconfinamiento**

$$T_c \approx \Lambda_{\text{QCD}} \approx 200 \text{ MeV} \approx 2 \times 10^{12} \text{ K}$$

(¡100,000 veces más caliente que el centro del Sol!)

QCD a Bajas Energías

es una **teoría de norma fuertemente acoplada**

Expansión perturbativa **inútil**

Cálculos en la **retícula** (euclideana) útiles para determinar propiedades estáticas (p.ej., espectro de hadrones, entropía de QGP), pero NO dinámicas (p.ej., amplitudes de dispersión, viscosidad de QGP)

Podemos intentar formular **modelos fenomenológicos** (=tratar de adivinar, y cruzar los dedos)...

O tratar de hacer cálculos de primeros principios en una **teoría distinta (pero, esperamos, similar)**: un **modelo de juguete** de QCD (=universo imaginario)

Primas de QCD

- 'QCD' sin quarks ($N_s = 0$) = Yang-Mills $SU(3)_c$
Preserva libertad asintótica/confinamiento

- Yang-Mills (con/sin quarks) $SU(N_c)$ con $N_c > 3$
Preserva libertad asintótica/confinamiento

Tomar $N_c \rightarrow \infty$ con $\lambda \equiv g_{YM}^2 N_c$ fija [t Hooft]

Intentar $SU(3)_c \simeq SU(\infty)_c + O(1/N_c^2)$

YM en la retícula: para ciertas propiedades, $N_c \rightarrow \infty$
¡da aproximación razonable al caso $N_c = 3$!

[Teper; Lucini, Panero;

Bali, Bursa, Castagnini, Collins, DelDebbio, Lucini, Panero]

Primas de QCD

- 'QCD' sin quarks ($N_s = 0$) = Yang-Mills $SU(3)_c$
Preserva libertad asintótica/confinamiento
- Yang-Mills (con/sin quarks) $SU(N_c)$ con $N_c > 3$
Preserva libertad asintótica/confinamiento
Tomar $N_c \rightarrow \infty$ con $\lambda \equiv g_{YM}^2 N_c$ fija ['t Hooft]

Notar : g_{YM}^2 vs. $\lambda \equiv g_{YM}^2 N_c$

acoplamiento de
Yang-Mills (a gluones
de color *específico*)



acoplamiento de
't Hooft (a gluones
de *cualquier* color)



Reescalando $(A_\mu)_{\text{aquí}} = g_{YM} (A_\mu)_{\text{usual}}$, tenemos

$$S_{YM} \sim \int d^4x \frac{1}{g_{YM}^2} [\text{Tr}(\partial A \partial A) + \text{Tr}(AA\partial A) + \text{Tr}(AAAA)]$$

donde cada $A \equiv (A_\mu)_{c\bar{c}}$ es una **matriz** $N_c \times N_c$

Propagador libre:

$$\langle 0 | T A_{c\bar{c}}^\mu(x) A_{d\bar{d}}^\nu(0) | 0 \rangle \propto g_{YM}^2 \eta^{\mu\nu} \left(\delta_{CD} \delta_{\bar{C}\bar{D}} - \frac{1}{N_c} \delta_{C\bar{C}} \delta_{D\bar{D}} \right) \frac{1}{x^2}$$

Función de Green (=inverso de) el operador diferencial en la ec. de mov.

Reescalando $(A_\mu)_{\text{aquí}} = g_{YM} (A_\mu)_{\text{usual}}$, tenemos

$$S_{YM} \sim \int d^4x \frac{1}{g_{YM}^2} [\text{Tr}(\partial A \partial A) + \text{Tr}(AA\partial A) + \text{Tr}(AAAA)]$$

donde cada $A \equiv (A_\mu)_{C\bar{C}}$ es una **matriz** $N_c \times N_c$

Propagador libre:

$$\langle 0 | T A_{C\bar{C}}^\mu(x) A_{D\bar{D}}^\nu(0) | 0 \rangle \propto g_{YM}^2 \eta^{\mu\nu} \left(\delta_{CD} \delta_{\bar{C}\bar{D}} - \frac{1}{N_c} \delta_{C\bar{C}} \delta_{D\bar{D}} \right) \frac{1}{x^2}$$

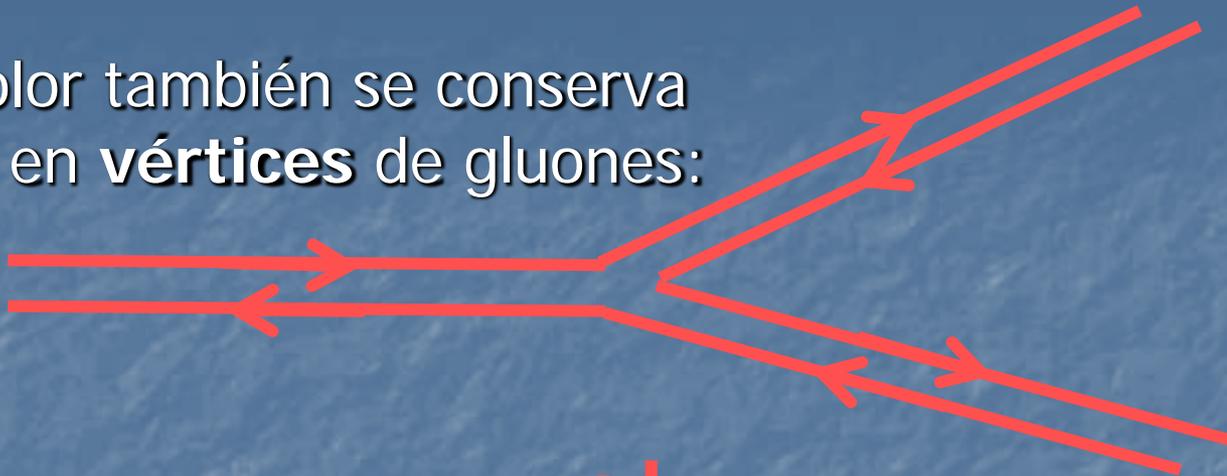


"Notación de
doble línea"

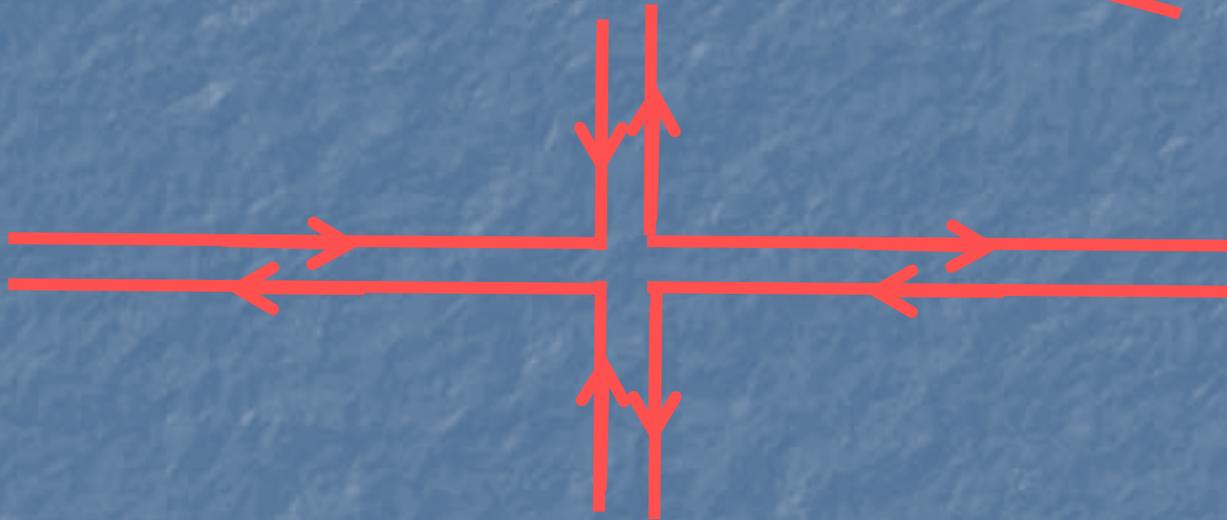


ignorar

Color también se conserva
en **vértices** de gluones:



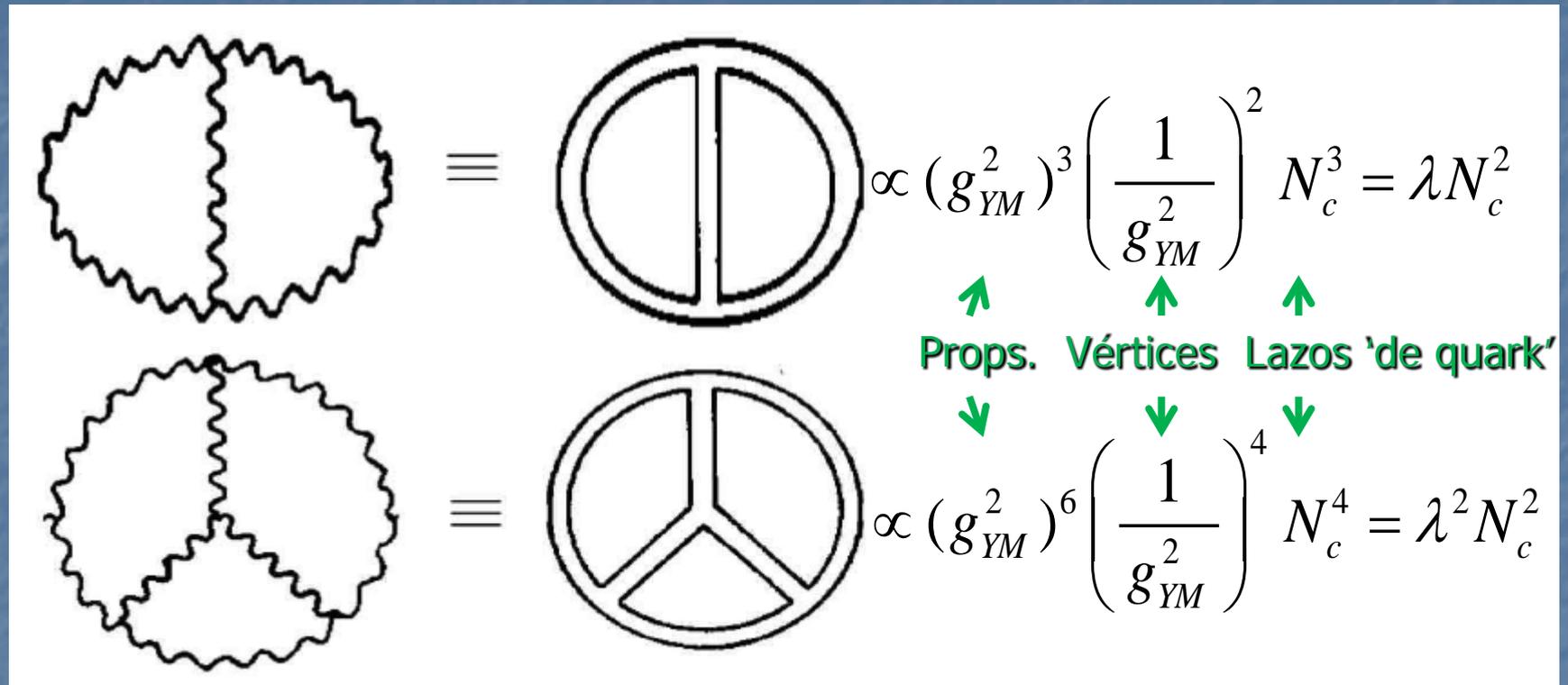
$$\propto \frac{1}{g_{YM}^2}$$



$$\propto \frac{1}{g_{YM}^2}$$

Además, cada lazo 'de quark' que se forme en un diagrama contribuirá factor de N_c por suma sobre los posibles colores.

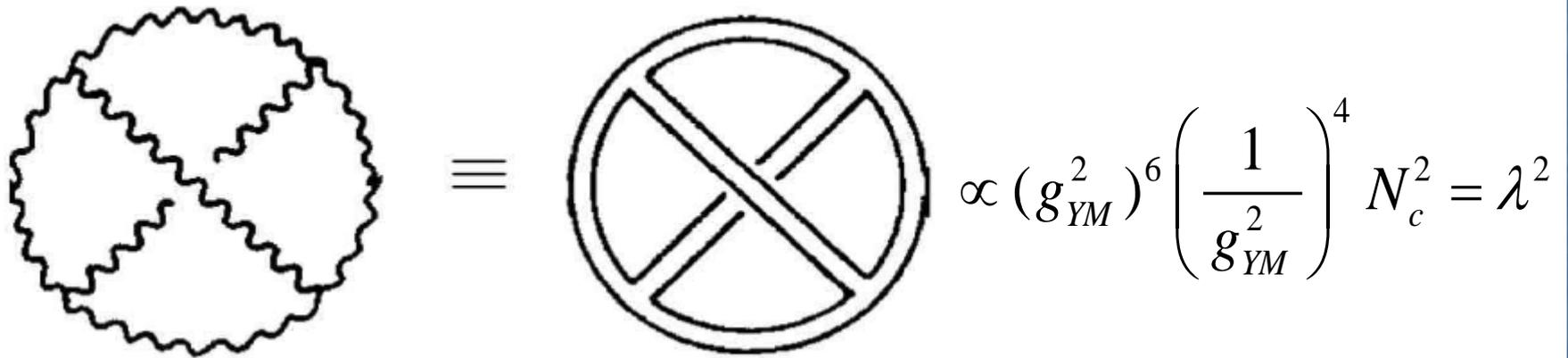
Podemos entonces fácilmente contar factores:



Estos son ejemplos de **diagramas planares**: pueden dibujarse en una hoja sin cruzar líneas

Para ellos, a L lazos (de gluón), obtenemos $\propto \lambda^{L-1} N_c^2$

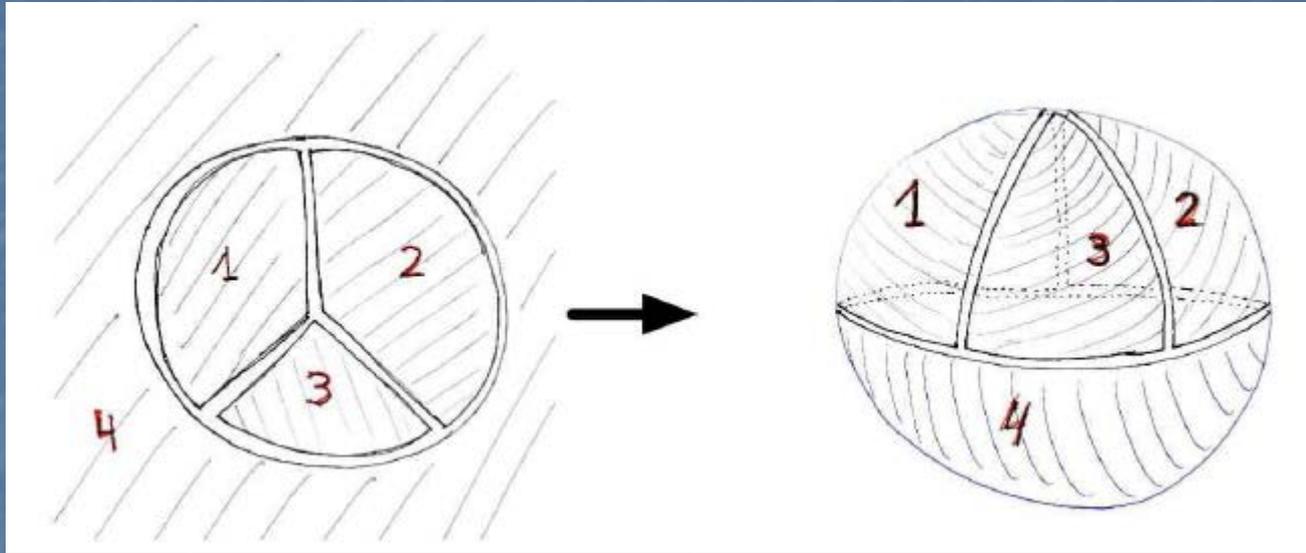
Los **diagramas no planares** están suprimidos por potencias de $1/N_c$:


$$\propto (g_{YM}^2)^6 \left(\frac{1}{g_{YM}^2} \right)^4 N_c^2 = \lambda^2$$

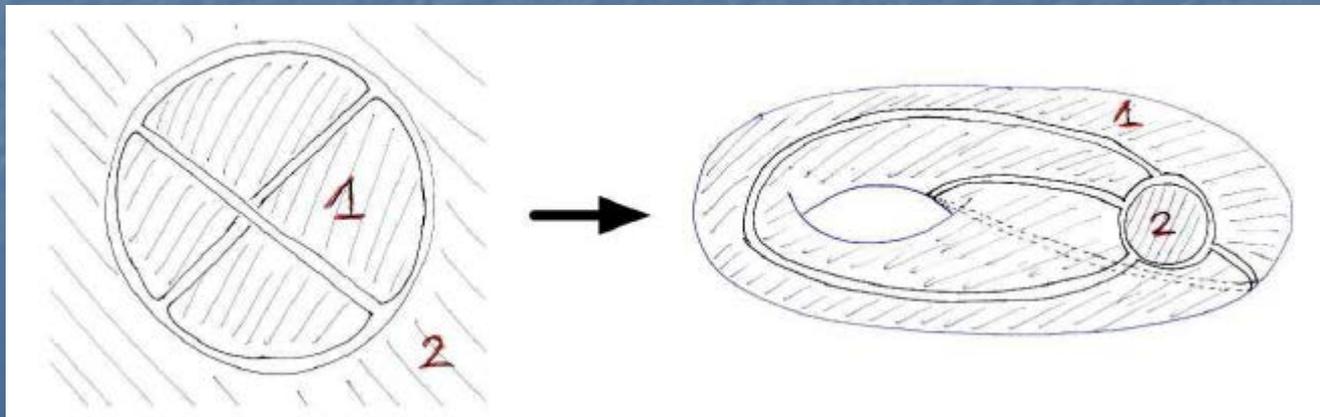
Tomar $N_c \rightarrow \infty$ con $\lambda \equiv g_{YM}^2 N_c$ fija simplifica la teoría porque **retiene solo los diagramas planares**

Sucede algo interesante si 'rellenamos los agujeros' (incluido el exterior, agregando el punto en infinito) para asociar una **superficie** a cada diagrama de doble línea...

Los diagramas planares se convierten en esferas :



Los no planares tienen una manija adicional por cada cruce de líneas:



Un diagrama con V vértices (=vértices del polihedro), A propagadores (=aristas) y C lazos (=caras) es proporcional a

$$\left(g_{YM}^2\right)^{A-V} N_c^C = \left(\frac{\lambda}{N_c}\right)^{A-V} N_c^C = N_c^\chi \lambda^{A-V}$$

donde $\chi \equiv V - A + C$ es el **número (o característica) de Euler** de la superficie, un invariante topológico que puede reescribirse en la forma

$$\chi = 2 - 2m$$

con m el número de manijas (=género de la superficie). Esto da otra manera de explicar por qué los diagramas no planares están suprimidos

Al agregar quarks, tenemos propagadores de 1 sola línea,

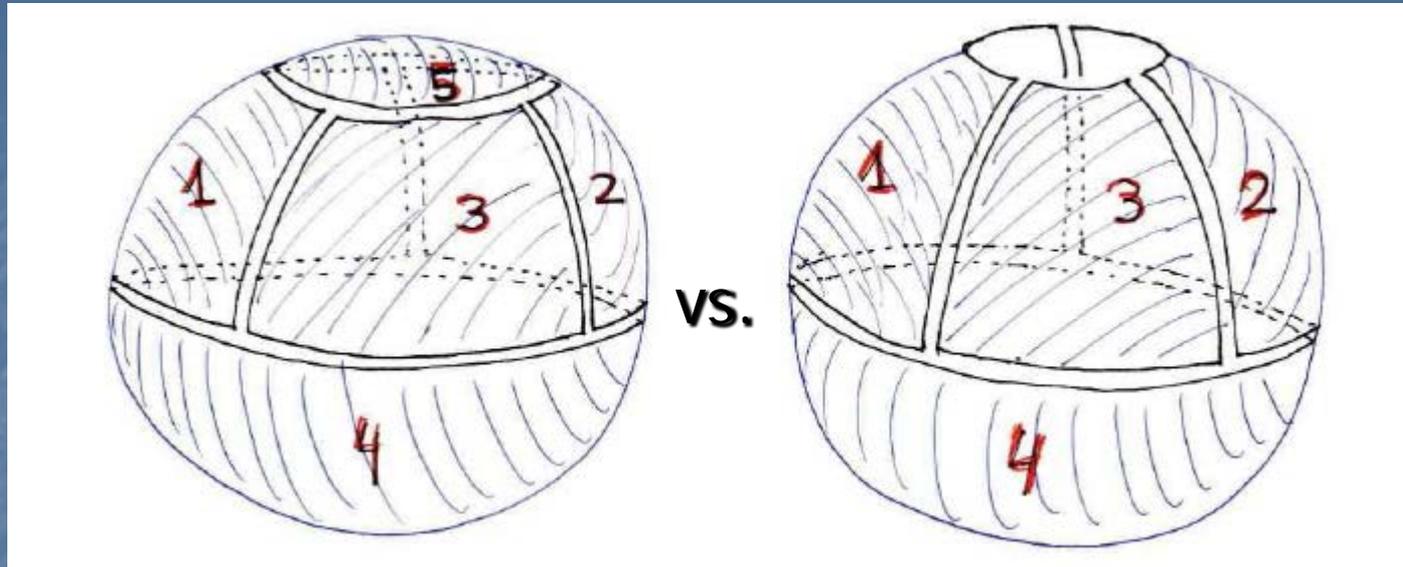
$$\equiv \text{Diagram} \propto (g_{YM}^2)^9 \left(\frac{1}{g_{YM}^2} \right)^6 N_c^5 = \lambda^3 N_c^2$$

VS.

$$\equiv \text{Diagram} \propto (g_{YM}^2)^9 \left(\frac{1}{g_{YM}^2} \right)^6 N_c^4 = \lambda^3 N_c N_s$$

Fijo
↓

lo cual corresponde a quitar caras, es decir, agregar bordes:



reduciendo el número de Euler:

$$\chi = 2 - 2m - b$$

con b el número de bordes. Esto implica que los diagramas con lazos de quarks están suprimidos (a menos que $N_s \propto N_c \rightarrow \infty$).