

## ELECTROMAGNETISMO II

### Tarea # 9

Fecha de entrega: 9 de abril de 2025

1.- 1.- Una esfera de radio  $R$  tiene una polarización uniforme  $\mathbf{P}$  y una magnetización uniforme  $\mathbf{M}$ , no necesariamente en la misma dirección. Mostrar que el momento electromagnético de esta configuración es

$$p_{EM} = \frac{4}{9}\pi\mu_0 R^3 \mathbf{M} \times \mathbf{P}$$

2.- (a) Mostrar que para una onda electromagnética con vector de onda  $\mathbf{k} = k\hat{n}$  el tensor de esfuerzos de Maxwell es  $T_{ij} = -un_i n_j$ , donde  $u$  es la densidad de energía de la onda, y no depende de la polarización de la onda. (b) De aquí, obtener la fuerza por unidad de área (presión) en magnitud y dirección, que ejerce sobre una superficie perfectamente absorbente, cuando ésta incide con un ángulo  $\alpha$  con respecto a la normal a la superficie. (c) Ahora cambiar la superficie por una que es un reflector perfecto, ¿cuál será ahora la presión de radiación en términos de la densidad de energía cuando la onda incide normalmente?

3.- La expresión más general de una onda polarizada linealmente en una cuerda es  $\vec{f}(x, t) = Ae^{i(kx - \omega t + \delta)}\hat{n}$ , donde  $\hat{n}$  es el vector de polarización y  $x$  la coordenada a lo largo de la cuerda. Si se superponen dos ondas con polarización lineal en direcciones perpendiculares,  $\hat{n}_1 = \hat{y}$  y  $\hat{n}_2 = \hat{z}$  y con diferencia de fase de  $90^\circ$ , digamos  $\delta_1 = 0$  y  $\delta_2 = \pi/2$ , el resultado es una onda polarizada circularmente. (a) Para una  $x$  fija, mostrar que la cuerda se mueve en un círculo alrededor del eje  $x$ . Decir si gira en el sentido de las manecillas del reloj o en el sentido opuesto, cuando se mira sobre el eje hacia el origen. ¿Cómo se le haría para producir una polarización en el otro sentido? (Al sentido de las manecillas del reloj se le llama polarización derecha y a la otra, polarización izquierda).

(b) Esquematizar la forma de la cuerda al tiempo  $t = 0$ .

4.- A partir de las ecuaciones de Maxwell macroscópicas para un medio isotrópico, lineal y homogéneo con constante dieléctrica  $\epsilon$  y permeabilidad magnética  $\mu$ , obtener la ecuación de conservación de momento lineal y de ahí mostrar que las expresiones para el momento del campo electromagnético y para el tensor de Maxwell son las llamadas formas de Minkowski,

$$\begin{aligned} \mathbf{g} &= \mathbf{D} \times \mathbf{B} = \epsilon\mu\mathbf{E} \times \mathbf{H} \\ T_{ij} &= E_i D_j + H_i B_j - \frac{1}{2}\delta_{ij}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) = \epsilon E_i E_j + \mu H_i H_j - \frac{1}{2}\delta_{ij}(\epsilon E^2 + \mu H^2) \end{aligned}$$

5.- Leer el artículo de S.M. Barnett "Resolution of the Abraham-Minkowski dilemma" [Phys. Rev. Lett. 104, 070401 (2010)] sobre la controversia acerca de la manera correcta de representar el momento lineal electromagnético en un medio material y escribir lo que entiendes de esta controversia y qué opinión tienes respecto a la resolución que presenta Barnett, ¿es convincente?