ELECTROMAGNETISMO II

Tarea # 10

Entrega: 30 de abril de 2025

1.- Se tiene una onda polarizada linealmente que incide sobre la superficie entre dos medios de índices de refracción n_1 y n_2 formando un ángulo θ con la normal a la superficie. El plano de polarización forma un ángulo α_i con el plano de incidencia con $0 \leq \alpha_i \leq \pi/2$. Encontrar los correspondientes ángulos de polarización α_r y α_t para las ondas reflejada y transmitida.

2.- En un medio disipativo el vector de onda $\mathbf{k}$ es complejo. (a) Mostrar que el índice de refracción también es complejo y determinar la parte imaginaria en términos de la conductividad eléctrica del medio. (b) Escribiendo $n = n_r + in_i$ mostrar que la reflectancia para una onda que incide normalmente sobre el medio desde el vacío es

$$R = \frac{(n_r - 1)^2 + n_i^2}{(n_r + 1)^2 + n_i^2}$$

¿Es más o menos reflejante que un medio no disipativo? ¿Cuánto vale para un metal para el que $n_i \gg n_r$?

3.- Encontrar las relaciones $(E_t/E_i)_{\parallel}$ y $(E_t/E_i)_{\perp}$ para el caso de reflexión total interna y expresarlo en términos del ángulo de incidencia. Demostrar que se puede escribir cada una de ellas en la forma general $A_t \exp(-i\varphi_t)$ y encontrar la relación $\tan \varphi_{t\parallel} / \tan \varphi_{t\perp}$. Si la onda incidente está polarizada linealmente ¿qué clase de polarización en general tendrá el campo eléctrico transmitido?

4.- La ecuación de onda en una dimensión puede resolverse numéricamente usando un método de diferencias finitas que se aplica a un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden. La ecuación de onda que es una ecuación diferencial parcial hiperbólica de segundo orden

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

se puede descomponer en 3 ecuaciones diferenciales ordinarias, definiendo las funciones $\chi \equiv \partial_t f$ y $\psi \equiv \partial_x f$ (se puede englobar la c en t definiendo $t_0 = ct$ y removiendo la prima); con ellas se tienen las ecuaciones de primer orden en t

$$\partial_t \psi = \partial_x \chi; \quad \partial_t \chi = \partial_x \psi$$

Ahora se aplican diferencias finitas de segundo orden para las derivadas en x y luego diferencias finitas de primer orden para las derivadas en t obteniendo

$$\begin{aligned} f_i^{n+1} &= f_i^n + \chi_i^n \Delta t \\ \psi_i^{n+1} &= \psi_i^n + \left(\frac{\chi_{i+1}^n - \chi_{i-1}^n}{2\Delta x} \right) \Delta t \\ \chi_i^{n+1} &= \chi_i^n + \left(\frac{\psi_{i+1}^n - \psi_{i-1}^n}{2\Delta x} \right) \Delta t \end{aligned}$$

Estas ecuaciones se pueden ir resolviendo iterativamente comenzando en $n = 0$ con las condiciones iniciales

$$f(x, t = 0) = \exp(-x^2/\delta^2), \quad f' = \psi(x, t = 0) = -(2x/\delta^2)f(x, t = 0), \quad \chi(t = 0) = 0$$

Y también la condición de frontera, $f(x = -L) = f(x = L) = 0$ donde el tamaño del dominio espacial es $(-L, L)$. Se puede ir aplicando las iteraciones en el tiempo hasta el tiempo final deseado. Para aplicar este método se tiene que definir una malla con N divisiones espaciales de ancho $\Delta x = 2L/N$ y M divisiones temporales $\Delta t = T_{max}/M$ y la notación f_n^i indica la posición del i -ésimo nodo espacial ($i\Delta x$) en el n -ésimo punto temporal $n\Delta t$. Implementar este método en un programa numérico con el lenguaje que desees para obtener la solución a la ecuación de onda para la condición inicial Gaussiana dada arriba con un ancho $\delta = 0.1$, para varios tiempos. Puede usarse $\Delta x = 0.01$, $\Delta t = 0.001$, $T_{max} = 0.5$ y $L = 1$. Mostrarlas en una gráfica en función de x .