ELECTROMAGNETISMO II
Tarea # 11

Fecha de entrega: 9 de mayo, 2025

1. Calcular la velocidad de fase ($v_\phi = \omega/k$) y la velocidad de grupo ($v_g = d\omega/dk_r$) de las ondas, (a) en un gas descrito por el modelo de Drude-Lorentz (con $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$ cercano a uno) y (b) en un plasma (gas con solo electrones libres, $\omega_{0i} = 0$) para $\omega > \omega_p$. Verificar que en ambos casos $v_g < c$ aun cuando la velocidad de fase $v_\phi > c$.

2. Tomar un modelo del átomo que se usa para calcular la polarizabilidad, consistente en una nube electrónica esférica con radio a alrededor del núcleo, la cual al aplicarle un campo eléctrico sufre un desplazamiento rígido, de modo que su centro queda a una distancia x del núcleo. El campo eléctrico en la posición del núcleo es $E = qx/a^3$ (ver ejemplo 4.1 del Griffiths). (a) ¿Cuál es la frecuencia natural de oscilación ω_0? ¿en qué región del espectro electromagnético cae para $a = 0.5$Å.

(b) Ahora, usar el modelo de Drude-Lorentz en el límite en el que el segundo término de ϵ es muy pequeño (válido para gases), y lejos de las resonancias (con lo que $\gamma \approx 0$), para obtener una expresión para el índice de refracción $n = Re\sqrt{\epsilon}$ en función de la longitud de onda λ de la forma,

$$n = 1 + A\left(1 + \frac{B}{\lambda^2}\right)$$

conocida como la ecuación de Cauchy. Calcular los coeficientes de refracción A y de dispersión B. Compararlos con los del hidrógeno a $T = 0°$ C y a presión atmosférica: $A = 1.36 \times 10^{-4}, B = 7.7 \times 10^{-15} m^2$.

3. Para metales en la región espectral del infrarrojo sucede que $\epsilon_I = -\epsilon_R$ a una frecuencia de $\omega = \sigma/(-\epsilon) \approx 10^{14} s^{-1}$. Calcular las constantes real e imaginaria del índice de refracción $n = n_R + in_I$ en términos de ϵ_I. (b) ¿Cuánto vale el cociente de la longitud de atenuación a la longitud de onda δ/λ?

4. Suponer que un medio está caracterizado por un solo pico de absorción representado por la parte imaginaria de la función dieléctrica: $\epsilon_I(\omega') = \frac{1}{2}\pi\omega_0\chi_0\delta(\omega' - \omega_0)$. (a) Usando las relaciones de Kramers-Kronig mostrar que la parte real es

$$\epsilon_R(\omega) = 1 + \frac{\omega_0^2\chi_0}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

y en el límite electrostático es $\epsilon_R(0) = 1 + \chi_0$.

(b) Ahora usar la relación entre la función dieléctrica y la suceptibilidad eléctrica $\epsilon/\epsilon_0 = 1 + \chi_e$ para encontrar la respuesta en la polarización del medio $P(t)$ a un campo eléctrico que es solo un pulso en el tiempo,

$$E(t) = \frac{E_0}{\omega_0}\delta(t).$$

Partir de que $P(\omega) = \epsilon_0\chi_e(\omega)E(\omega)$ y pasar al dominio del tiempo.