ELECTROMAGNETISMO II

Tarea # 13

Entrega: 26 de mayo de 2025

1.- Una carga positiva puntual q se dispara directamente hacia una carga positiva distante Q (que se mantiene estacionaria) con una velocidad inicial v_0. Se acerca, se desacelera hasta llegar a $v = 0$ y se vuelve a alejar regresando hasta infinito. Al frenarse y acelerarse emite radiación de bremsstrahlung. Mostrar que la fracción de su energía inicial $(1/2mv_0^2)$ que se radía en todo el tiempo es

$$\frac{16}{45}\frac{q}{Q}\frac{v_0^3}{c^3}$$

Suponer que $v_0 \ll c$ y que se puede ignorar el efecto de las pérdidas radiativas en el movimiento de la partícula.

2.- Una antena lineal de lomgitud L lleva una corriente oscilatoria dada por

$$I(z,t) = I_0 \sin(2\pi|z|/L)e^{-i\omega t}, \qquad |z| < L/2.$$

(a) Esquematizar la corriente como función de z.

(b) Encontrar el patrón angular de radiación para los casos $kL = 2\pi$ y $kL = \pi$ y graficarlo en un diagrama polar en función del ángulo desde la línea de la antena.

(c) Encontrar el valor máximo de $dP/d\Omega$ y el ángulo para el que esto ocurre.

(d) Encontrar la potencia total radiada por la antena. De aquí, encontrar la resistencia de radiación en Ohms R_r definida por $P = (1/2)R_r I^2$. Esta es la resistencia que opone la antena al flujo de corriente en el circuito que la alimenta.

3.- El átomo de hidrógeno, cuando se considera desde el punto de vista clásico, consiste en un electrón girando alrededor del núcleo, cada uno con carga $\pm e$, en una órbilta de radio R. El problema con el modelo clásico es que el electrón radía y va perdiendo energía con lo que terminará calyendo al núcleo. (a) Mostrar que la potencia radiada es

$$P = \frac{2e^6}{3m^2R^4c^3}$$

(b) Igualando esto a la energía que pierde el electrón en su movimiento al reducir su radio para encontrar una ecuación diferencial para $R(t)$ y de ahí mostrar que el tiempo que tarda el llegar al núcleo ($R = 0$), iniciando de un radio R_0 es

$$T = \frac{R_0}{4c}\left[\frac{mc^2}{e^2/R_0}\right]^2$$

(c) Evaluar T, que sería la vida clásica de un átomo, para $R_0 = 0.53$ Å, $mc^2 = 511$ kev y la energía de enlace del hidrógeno 13.6 eV.

4.- Usar las ecuaciones de transformación de los campos para encontrar el campo magnético que produce una carga puntual q que se mueve con velocidad arbitraria constante.

(a) Para ello, partir del campo eléctrico de una carga en reposo y transformar a un sistema de referencia S' que se mueve con velocidad $-v$. Desde S' la carga parece moverse con velocidad $+v$. (b) Verificar que este campo magnético, cuando la velocidad es mucho menor que la velocidad de la luz, se reduce al encontrado de la ley de Biot-Savart:

$$B(r) = \frac{q}{c} \frac{\mathbf{v} \times \hat{R}}{R^2}$$

con $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r_q}$ y $\mathbf{r_q}$ es la posición de la carga.

5.- Se tiene un alambre recto a lo largo del eje z que tiene una densidad lineal de carga λ y se mueve en la dirección $+z$ con velocidad v. Construir el tensor de campo electromagnético $F_{\mu\nu}$ y el tensor dual $\mathcal{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}F_{\alpha\beta}$ en el punto $(0, y, 0)$.